# Zapiš si do školního sešitu algebry:

## LOMENÝ VÝRAZ

Lomený výraz je zlomek, který má ve jmenovateli mnohočlen s proměnnou.

Např.

$$\frac{1}{x}, \quad \frac{x+5}{x^2-4x+4}, \quad \frac{x(x+1)(2x-3)}{x-6}$$

V čitateli lomeného výrazu nemusí být mnohočlen, může tam být i číslo.

# Prostuduj:

S lomenými výrazy pracujeme jako se zlomky, proto jako u zlomků, kde se nám snadněji počítá se zlomky v základním tvaru, snažíme se převést i lomený výraz na co nejjednodušší tvar.

Zlomek je v základním tvaru, když čitatel i jmenovatel jsou čísla nesoudělná, tzn. nejdou dělit žádným jiným stejným číslem než číslem jedna.

$$\frac{60_{:2}}{144_{:2}} = \frac{30_{:3}}{72_{:3}} = \frac{10_{:2}}{24_{:2}} = \frac{5}{12}$$

základní tvar

$$\frac{60}{144} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{3x^2y}{12xy^2} = \frac{x}{4y}$$

$$\frac{3x-6}{2x^2-8} = \frac{3}{2(x+2)}$$

# Zapiš si do školního sešitu:

Při zjednodušování lomených výrazů využíváme vytýkání, krácení a vzorců.

$$\frac{3x^2y}{12xy^2} = \frac{\cancel{3}.\cancel{x}.x.\cancel{y}}{\cancel{12}.\cancel{x}.y.\cancel{y}} = \frac{x}{4y}$$

Můžeme rozepsat na jednotlivé činitele

Krátíme koeficienty a společné proměnné

$$\frac{3x-6}{2x^2-8} = \frac{3(x-2)}{2(x^2-4)} = \frac{3\cancel{(x-2)}^{1}}{2(x+2)\cancel{(x-2)}_{1}} = \frac{3}{2(x+2)}$$

Rozložíme na součin!

# Prostuduj:

## Lomené výrazy a dělení nulou:

Vezměme si například tento lomený výraz $\frac{2x+3}{x-2}$.

Nyní si výraz vyčíslíme pro $x = 2$.

$$\frac{2(2)+3}{2-2} = \frac{7}{0}$$

$$= \text{dělit nulou nelze!}$$

Pokud za proměnnou dosadíme $2$, ve jmenovateli dostaneme $0$. Jelikož víme, že dělit $0$ nelze, $x = 2$ nemůžeme do výrazu dosadit!

# Zapiš si do sešitu:

Při řešení lomených výrazů musíme vždy určit podmínky řešitelnosti. Pokud bychom proměnnou neomezili, výraz s nulou ve jmenovateli by nedával smysl.

**Dělit nulou není možné**!

# Zapiš si do sešitu:

Při stanovení podmínek záleží tedy pouze na jmenovateli zlomku a musíme spočítat, jaké hodnotě se nesmí rovnat proměnná ve jmenovateli, aby jmenovatel nebyl roven nule.

LOMENÝ VÝRAZ $\dfrac{2x}{7+x}$ ← čitatel – NESMÍ SE ROVNAT NULE!

Tedy

$$\left.\begin{aligned} 7+x &\neq 0 \\ x &\neq 0-7 \\ x &\neq -7 \end{aligned}\right\}$$

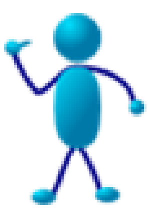
Řešíme lineární rovnici

PODMÍNKA, ZA KTERÉ MÁ VÝRAZ SMYSL → $\boxed{x \neq -7}$

# Zapiš si do sešitu:

Součin A . B = 0 právě tehdy, je-li aspoň jeden z činitelů roven nule, tj. A = 0 nebo B = 0

Např. 7 . 0 = 0  nebo také 0 . 5 = 0 nebo 0 . 0 = 0



$$\frac{2x}{(7+x)(1-x)}$$

čitatel – NESMÍ SE ROVNAT NULE!

Tedy $(7+x)(1-x) \neq 0$

$(7+x) \neq 0$ $\quad$ $(1-x) \neq 0$

$$\boxed{A \cdot B \neq 0}$$

$A \neq 0$ $\quad$ $B \neq 0$

**PODMÍNKY, ZA KTERÝCH MÁ VÝRAZ SMYSL** $\boxed{x \neq -7}$ $\boxed{x \neq 1}$

# Postup při řešení lomených výrazů:

1. Určíme podmínky řešitelnosti;
2. snažíme se upravit čitatele a jmenovatele zlomku na součin pomocí vytýkání nebo užitím vzorců, abychom mohli krátit;
3. získáme-li součinový tvar, krátíme, dokud to lze (obdoba zlomku v základním tvaru).

Následující příklady si zapiš do sešitu:

# Příklady

Určete, pro které hodnoty proměnné $x$ mají dané výrazy smysl:

$$\frac{4}{5x}$$

řešení

$$5x \neq 0$$

$$\boxed{x \neq 0}$$

$$\frac{4}{6ab}$$

řešení

$$6ab \neq 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{array}}$$

# Příklady

Určete, pro které hodnoty proměnné $x$ mají dané výrazy smysl:

$$\frac{5x-7}{5x-6}$$

řešení

$5x - 6 \neq 0$

$5x \neq 6$

$\boxed{x \neq \frac{6}{5}}$

$$\frac{x-3}{8x(x+7)}$$

řešení

$8x\,(x+7) \neq 0$

$8x \neq 0$

$x + 7 \neq 0$

$\boxed{x \neq 0 \qquad x \neq -7}$

# Příklady

Určete, pro které hodnoty proměnné $x$ mají dané výrazy smysl:

$$\frac{x-8}{25x^2-1}$$

řešení

$$25x^2 - 1 \neq 0$$

$$25x^2 - 1 \neq 0$$

$$(5x-1)(5x+1) \neq 0$$

$$5x - 1 \neq 0$$

$$5x \neq 1$$

$$x \neq \frac{1}{5}$$

$$5x + 1 \neq 0$$

$$5x \neq -1$$

$$x \neq -\frac{1}{5}$$

# Příklady

Určete, pro které hodnoty proměnné $x$ mají dané výrazy smysl:

$$\frac{2x-8}{(x+1)(3x-4)}$$

řešení

$$(x+1)(3x-4) \neq 0$$

$$x+1 \neq 0$$

$$\boxed{x \neq -1}$$

$$3x-4 \neq 0$$

$$3x \neq 4$$

$$\boxed{x \neq \frac{3}{4}}$$

# Příklady

Určete, pro které hodnoty proměnné $x$ mají dané výrazy smysl:

$$\frac{x-9}{7x-21x^2}$$

řešení

$$7x - 21x^2 \neq 0$$

$$7x\,(1 - 7x) \neq 0$$

$$7x \neq 0$$

$$\boxed{x \neq 0}$$

$$1 - 7x \neq 0$$

$$-7x \neq -1 \;/ \div -7$$

$$\boxed{x \neq \frac{1}{7}}$$

# Příklady

Určete, pro které hodnoty proměnné $x$ mají dané výrazy smysl:

$$\frac{6x(5-4x)}{x^2-10x+25}$$

řešení

$$x^2 - 10x + 25 \neq 0$$

$$(x-5)^2 \neq 0$$

$$x - 5 \neq 0$$

$$\boxed{x \neq 5}$$

# Příklady

Určete, pro které hodnoty proměnné $x$ mají dané výrazy smysl:

$$\frac{x-y}{3x-5y}$$

řešení

$$3x - 5y \neq 0$$

$$3x \neq 5y$$

$$\boxed{x \neq \frac{5y}{3}}$$